



Limites de fonctions et dérivation

Fiche d'exercices n°1

Limites et calculs fondamentaux

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

1 Limites usuelles et calculs directs

Exercice 1

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - 7)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 5)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^2 - 3x + 1)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + 2x - 1)$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+3}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + 1)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2n} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2n+1} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

2 Opérations sur les limites

Exercice 6

On donne : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$.

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x))$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2f(x) - 3g(x))$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \times g(x))$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

Exercice 7

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+3}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+5}{-2x+1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$

Exercice 8

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{\sqrt{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{\sqrt{x}+1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-3x}{\sqrt{x^2+1}}$

Exercice 9

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2+1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-1}{2x^3+5}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x-1}{5x^2-3x+2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2-x+1}{x^2+2x-3}$

3 Polynômes et terme dominant

Exercice 10

Déterminer la limite en $+\infty$ (et en $-\infty$ lorsque c'est pertinent) des fonctions suivantes.

- $f(x) = 2x^3 - 5x + 1$
- $g(x) = -4x^4 + 3x^2 - 7x + 2$
- $h(x) = x^5 + 2x^3 - 1$
- $k(x) = -3x^6 + x^2 + 4$

Exercice 11

Déterminer la limite en $+\infty$ des fonctions suivantes.

- $f(x) = (3x^3 - 2x + 1)(x - 5)$
- $g(x) = (x^2 + 1)(2x^3 - x + 4)$
- $h(x) = (x - 1)^3$
- $k(x) = (2x + 3)^4 - (2x - 1)^4$

Exercice 12

Soit $f(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 5x - 1}{x^2 - 3x + 1}$.

- Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- Déterminer la limite de f en $-\infty$.

Exercice 13

Soit $g(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 5}$.

- Déterminer la limite de g en $+\infty$.
- Déterminer la limite de g en $-\infty$.

4 Fractions rationnelles et exercice bilan

Exercice 14

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^2 - x + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 1}{x^3 + 5x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 1}{-x^3 + 3x - 2}$

Exercice 15

Soit $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2}$.

- Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- Déterminer la limite de f en $-\infty$.
- Peut-on conjecturer une asymptote horizontale ?



Exercice bilan

Soit $h(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 + 1}$.

- Déterminer la limite de h en $+\infty$.
- Déterminer la limite de h en $-\infty$.
- Écrire $h(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{r(x)}{d(x)}$ avec $r(x)$ une fraction rationnelle dont on précisera la limite en $+\infty$.
- En déduire s'il existe une asymptote oblique à la courbe de h .