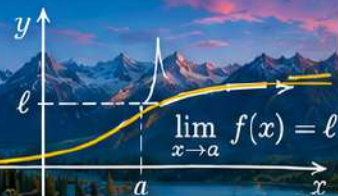


Limites de fonctions et dérivation

Fiche d'exercices n°2

Techniques de calcul et formes indéterminées

$$\begin{array}{l} \frac{0}{0} \quad \frac{+\infty}{\infty} \\ \infty - \infty \\ 0 \times \infty \quad 1^\infty \end{array}$$



1 Formes indéterminées 0/0 – Factorisations classiques

Exercice 1

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x^2 - 1}$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3}}{x}$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

2 Formes indéterminées ∞/∞ et quotient de polynômes

Exercice 6

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 5}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + 5x}{x^3 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^4 - x^2 + 1}{2x^4 + 3x^2 - 7}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 6x^2 + x}{-x^3 + 4x + 5}$

Exercice 7

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 3x + 7}{2x^2 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3 + 2x^2}{4x^3 - x + 1}$

Exercice 8

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x\sqrt{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 3}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x^3 - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 1}{\sqrt{x} + 2}$

Exercice 9

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 5x + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 2x^2 + x}{-3x^4 + 5x^2 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 2x - 8}$

3 Formes indéterminées particulières et rationalisation

Exercice 10

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} + 1}$

Exercice 11

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\frac{1}{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1})$

Exercice 12

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

Exercice 13

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1}$

4 Choix de la technique et exercice bilan

Exercice 14

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1 - \ln x}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\ln(1+x)}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^3 - 6x + 8}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x + 8}{x^2 - 4}$

Exercice 15

Calculer les limites suivantes.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 6x + 8}{x^2 - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)}$

