

Limites de fonctions et dérivation

Fiche d'exercices n°4

Dérivation – Variations – Études de fonctions

Dérivation

Variations

Extremums

Étude de fonctions

1 Dérivées et fonctions composées

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = (3x - 1)^2$
- $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
- $h(x) = \frac{1}{2x + 1}$
- $k(x) = e^{3x-2}$

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = (x^2 - 4x + 1)^3$
- $g(x) = \ln(x^2 + 3x + 1)$
- $h(x) = \sqrt{2x - 1}$
- $k(x) = e^{\sin x}$

Exercice 3

On considère les fonctions suivantes. Calculer leur dérivée.

- $f(x) = \ln(1 + x^2)$
- $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$
- $h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
- $k(x) = \sin(2x^2)$

Exercice 4

On considère les fonctions suivantes. Calculer leur dérivée.

- $f(x) = (x - 1)e^x$
- $g(x) = \frac{\ln x}{x}$
- $h(x) = e^{x^2} \sin x$
- $k(x) = \sqrt{x} \ln x$

2 Signe de la dérivée et variations simples

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

- Calculer $f'(x)$.
- Étudier le signe de $f'(x)$.
- En déduire le tableau de variations de f .

Exercice 6

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^3 + 3x + 2$.

- Calculer $g'(x)$.
- Étudier le signe de $g'(x)$.
- En déduire le tableau de variations de g .

Exercice 7

On considère la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = x - \frac{1}{x}$.

- Calculer $h'(x)$.
- Étudier le signe de $h'(x)$ sur $]0; +\infty[$.
- En déduire le tableau de variations de h .

3 Extremums et problèmes d'optimisation

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- Étudier les variations de f .
- Déterminer les éventuels extremums de f (valeurs et abscisses).

Exercice 9

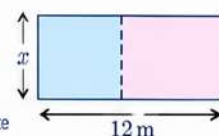
On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 e^{-x}$.

- Étudier les variations de g .
- Déterminer l'abscisse du maximum de g sur $]0; +\infty[$ et sa valeur.

Exercice 10

Une aire maximale

On dispose d'un rectangle de longueur 12 m. On partage ce rectangle en deux parties en traçant une droite parallèle à l'un des côtés. On note x la largeur (en m) de l'une des parties. Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de cette partie est maximale.



4 Étude complète d'une fonction

Exercice 11

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = x + \ln x.$$

- Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- Dresser le tableau de variations de f .
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.
- Tracer l'allure de la courbe de f dans un repère orthonormé (unités adaptées).

