

Limites de fonctions et dérivation

Exercice de synthèse n°1

Étude complète d'une fonction rationnelle : limites, asymptotes et position de la courbe

Limites

Asymptotes

Variations

Étude complète

1 Énoncé

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2 ; 2\}$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4}$$

1 Domaine de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

3 Limites à l'infini

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

5 Position de la courbe

On note C_f la courbe représentative de f et Δ la droite d'équation $y = 2$.

- Étudier le signe de $f(x) - 2$ sur son ensemble de définition.
- En déduire la position de C_f par rapport à la droite Δ sur chaque intervalle de définition.

7 Représentation graphique

À l'aide des résultats précédents, tracer l'allure de la courbe C_f dans un repère orthonormé (unités adaptées). On fera apparaître clairement les asymptotes et les éléments importants de l'étude.

2 Limites en un réel

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

4 Asymptotes

- Montrer que la courbe de f admet deux asymptotes verticales dont on précisera les équations.
- Montrer que la courbe de f admet une asymptote horizontale dont on précisera l'équation.

6 Point d'intersection

Déterminer, si elle existe, l'abscisse du point d'intersection de la courbe C_f avec la droite Δ .

