



# Corrigé

## Méthode 1

Montrer qu'une suite auxiliaire est géométrique

Une suite bien choisie peut tout changer !



### 1 Rappel de l'énoncé

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 5000 \\ u_{n+1} = 0,8 u_n + 600 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On pose, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la suite  $(v_n)$  définie par :

$$v_n = u_n - 3000.$$

- 1 Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
- 2 Préciser sa raison et son premier terme.
- 3 En déduire l'expression de  $v_n$ , puis celle de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 4 Quelle est la limite de la suite  $(u_n)$  ?

### 3 Premier terme et expression de $v_n$

On a  $v_0 = u_0 - 3000 = 5000 - 3000 = 2000$ .

La suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q = 0,8$  et de premier terme  $v_0 = 2000$ .

Donc, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = 2000 \times 0,8^n$ .

Or  $u_n = v_n + 3000$ , donc

pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 2000 \times 0,8^n + 3000$ .

### 2 Montrons que $(v_n)$ est géométrique

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 3000 \\ &= 0,8 u_n + 600 - 3000 \quad (\text{d'après la relation}) \\ &= 0,8 u_n - 2400 \\ &= 0,8 (v_n + 3000) - 2400 \quad (\text{car } u_n = v_n + 3000) \\ &= 0,8 v_n + 2400 - 2400 \end{aligned}$$

$$v_{n+1} = 0,8 v_n.$$

Ainsi, la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q = 0,8$ .

### 4 Limite de la suite $(u_n)$

On sait que  $-1 < 0,8 < 1$ , donc  $0,8^n \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Ainsi,  $v_n = 2000 \times 0,8^n \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Donc  $u_n = 2000 \times 0,8^n + 3000 \rightarrow 3000$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

La suite  $(u_n)$  converge vers 3000.



### Conclusion

La suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 0,8 et de premier terme 2000.

On a  $v_n = 2000 \times 0,8^n$  et  $u_n = 2000 \times 0,8^n + 3000$ .

La suite  $(u_n)$  converge vers 3000.

Des suites,  
des idées...  
vers de nouveaux  
horizons !

Mission Maths  
Terminale Spécialité

Bien comprendre une méthode, c'est se donner les clés pour réussir le bac !