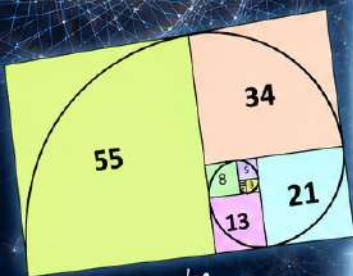


Les maths
révèlent partout
des structures
fascinantes !



Des suites simples
décrivent parfois
des phénomènes très profonds...



Mission Maths
Terminale Spécialité

Corrigé

Méthode 3

Étudier le sens de variation d'une suite

Une suite bien comprise
ouvre la porte à de
nombreux problèmes !

1 Calcul des premiers termes

La suite est définie par $v_n = \frac{5n+1}{n+2}$.

$$v_0 = \frac{5 \times 0 + 1}{0 + 2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$v_1 = \frac{5 \times 1 + 1}{1 + 2} = \frac{6}{3} = 2$$

$$v_2 = \frac{5 \times 2 + 1}{2 + 2} = \frac{11}{4} = 2,75$$

$$v_3 = \frac{5 \times 3 + 1}{3 + 2} = \frac{16}{5} = 3,2$$

On observe que $0,5 < 2 < 2,75 < 3,2$.
On peut conjecturer que la suite est croissante.

2 Calcul de $v_{n+1} - v_n$

On calcule v_{n+1} : $v_{n+1} = \frac{5(n+1)+1}{(n+1)+2} = \frac{5n+6}{n+3}$.

Alors $v_{n+1} - v_n = \frac{5n+6}{n+3} - \frac{5n+1}{n+2}$.

On met au même dénominateur :
$$v_{n+1} - v_n = \frac{(5n+6)(n+2) - (5n+1)(n+3)}{(n+2)(n+3)}$$

Numérateur : $(5n+6)(n+2) = 5n^2 + 16n + 12$
 $(5n+1)(n+3) = 5n^2 + 16n + 3$

Donc
$$v_{n+1} - v_n = \frac{5n^2 + 16n + 12 - (5n^2 + 16n + 3)}{(n+2)(n+3)}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{9}{(n+2)(n+3)}$$

3 Sens de variation

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $n+2 > 0$ et $n+3 > 0$,
donc $(n+2)(n+3) > 0$.

Ainsi,
$$v_{n+1} - v_n = \frac{9}{(n+2)(n+3)} > 0.$$

**La suite (v_n) est donc
strictement croissante sur $\mathbb{N}$.**

4 Expression de v_n et conjecture de limite

On écrit
$$v_n = \frac{5n+1}{n+2} = \frac{5(n+2)-9}{n+2} = 5 - \frac{9}{n+2}.$$

Comme $\frac{9}{n+2} \rightarrow 0$ lorsque $n \rightarrow +\infty$,

on peut conjecturer que v_n tend vers **5**.



Conclusion

La suite (v_n) est strictement croissante sur $\mathbb{N}$ et on peut conjecturer qu'elle converge vers 5.