

CORRIGÉ

Exercice supplémentaire

Déterminer un seuil

Méthode 5 – Calculs, calculatrice et Python

Une même question, plusieurs façons de la résoudre !



1 Rappel de l'énoncé

Une ville lance un plan de rénovation de son éclairage public pour réduire sa consommation d'énergie. La consommation annuelle, exprimée en MWh, est modélisée par la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = 800 \times 0,85^n + 120.$$

- 1 Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n < 200$.
- 2 En déduire à partir de quelle année la consommation annuelle deviendra inférieure à 200 MWh, sachant que l'année initiale correspond à 2025.
- 3 Vérifier que, dans les années suivantes, la consommation annuelle restera inférieure à 200 MWh.

2 Méthode A : par le calcul

On cherche le plus petit entier n tel que $u_n < 200$.

$$800 \times 0,85^n + 120 < 200$$

$$800 \times 0,85^n < 80$$

$$0,85^n < 0,1$$

Sans utiliser le logarithme

On compare deux valeurs consécutives de n .

$$0,85^{43} \approx 0,1036 > 0,1$$

$$0,85^{44} \approx 0,0881 < 0,1$$

Donc $0,85^{43} > 0,1$ et $0,85^{44} < 0,1$.

Le plus petit entier n tel que $u_n < 200$ est $n = 44$.

3 Vérification

On calcule u_{43} et u_{44} (valeurs arrondies).

$$u_{43} = 800 \times 0,85^{43} + 120$$

$$\approx 800 \times 0,1036 + 120$$

$$\approx 82,9 + 120$$

$$\approx 202,9 > 200$$

$$u_{44} = 800 \times 0,85^{44} + 120$$

$$\approx 800 \times 0,0881 + 120$$

$$\approx 70,5 + 120$$

$$\approx 190,5 < 200$$

Ainsi, $u_{43} > 200$ et $u_{44} < 200$.

Le premier rang pour lequel $u_n < 200$ est bien $n = 44$.

4 Méthode B : avec la calculatrice

On entre la suite dans la calculatrice :

$$u_n = 800 \times 0,85^n + 120$$

On affiche une table de valeurs :

n	u_n
41	233,6
42	217,6
43	202,9
44	190,5
45	178,9

On constate que :

- $u_{43} > 200$
- $u_{44} < 200$

Le premier rang pour lequel $u_n < 200$ est $n = 44$.

5 Méthode C : avec Python

On écrit un petit programme qui cherche le premier rang pour lequel $u_n < 200$.

```
n = 0
u = 800 * 0.85**n + 120
while u >= 200:
    n = n + 1
    u = 800 * 0.85**n + 120
print(n)
print(u)
```

Résultat obtenu :

44
190.492...

Le programme renvoie $n = 44$, ce qui confirme le résultat précédent.

6 Réponse aux questions

- 1 Le plus petit entier n tel que $u_n < 200$ est $n = 44$.
- 2 L'année correspondante est $2025 + 44 = 2069$.
- 3 La suite (u_n) est décroissante car $0 < 0,85 < 1$. Ainsi, pour tout $n \geq 44$, on a $u_n \leq u_{44} < 200$. La consommation annuelle restera donc inférieure à 200 MWh dans les années suivantes.



À retenir !

- Il faut déterminer le premier rang qui convient.
- On peut utiliser plusieurs méthodes : calcul, calculatrice ou Python.
- Le sens de variation permet de justifier que le seuil restera dépassé (ou non) ensuite.

Même méthode, d'autres situations !

Terminale Spécialité
Suites et récurrence