



FORMULAIRE

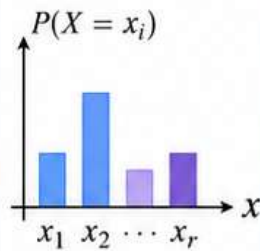
Variables aléatoires et loi binomiale



1 Variable aléatoire discrète

Si X prend les valeurs $x_1, \dots, x_r$ avec les probabilités $p_1, \dots, p_r$:

- $\sum_{i=1}^r p_i = 1$
- $\mathbb{E}(X) = \sum_{i=1}^r p_i x_i$
- $V(X) = \sum_{i=1}^r p_i x_i^2 - [\mathbb{E}(X)]^2$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$



2 Loi de Bernoulli

Une épreuve de Bernoulli possède deux issues : succès de probabilité p et échec de probabilité $1 - p$.

- $P(X = 1) = p$
- $P(X = 0) = 1 - p$
- $\mathbb{E}(X) = p$
- $V(X) = p(1 - p)$



Succès
(p)

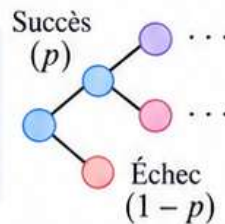


Échec
($1 - p$)

3 Schéma de Bernoulli

On répète n fois, de manière indépendante, la même épreuve de Bernoulli de paramètre p . Si X compte le nombre de succès :

- $X \sim \mathcal{B}(n, p)$
- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

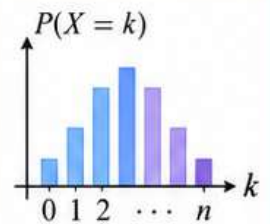


$\binom{n}{k}$ compte le nombre de façons de placer k succès parmi n essais.

4 Loi binomiale

Pour $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ et $k \in \{0, \dots, n\}$:

- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$
- $\mathbb{E}(X) = np$
- $V(X) = np(1 - p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$

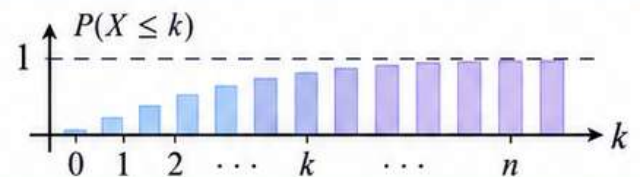


5 Traduire les formulations

Formulation	Écriture mathématique
Exactement k	$X = k$
Au plus k	$X \leq k$
Au moins k	$X \geq k$
Moins de k	$X \leq k - 1$
Plus de k	$X \geq k + 1$
Entre a et b , inclus	$a \leq X \leq b$

6 Probabilités cumulées

- $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$
- $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - p)^n$
- $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1)$



Réflexes

- Définir clairement le succès et la variable X .
- Vérifier répétition, indépendance et probabilité constante.
- Écrire $X \sim \mathcal{B}(n, p)$.
- Traduire les mots « exactement », « au plus » et « au moins » avant de calculer.
- Penser à l'événement contraire lorsqu'il simplifie le calcul.