

EXERCICE DE SYNTHÈSE 2

Modélisation binomiale : problème complet

Schéma de Bernoulli • Loi binomiale • Probabilités cumulées • Espérance



Objectif : modéliser une situation par une loi binomiale, calculer des probabilités et interpréter les résultats dans le contexte.

2 Une loterie promotionnelle

Dans un jeu promotionnel, chaque ticket acheté a une probabilité de 0,18 d'être gagnant. On suppose que les résultats des tickets sont indépendants. Un client achète 12 tickets. On note X le nombre de tickets gagnants.

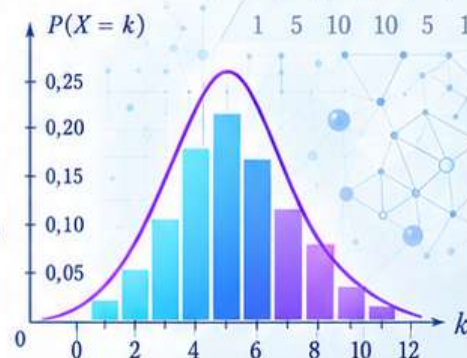
A Partie A — Modéliser et calculer

- 1 Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- 2 Calculer $P(X = 0)$.
- 3 Calculer $P(X = 2)$.
- 4 Calculer $P(X \leq 3)$.
- 5 En déduire $P(X \geq 1)$.
- 6 Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.

B Partie B — Interpréter et décider

Le magasin offre un bon d'achat supplémentaire si le client obtient au moins 4 tickets gagnants.

- 7 Calculer $P(X \geq 4)$.
- 8 Un vendeur affirme : « Dans plus de 90 % des cas, le client obtient au moins un ticket gagnant. » Cette affirmation est-elle vraie ?
- 9 Combien de tickets faudrait-il acheter pour que la probabilité d'obtenir au moins un ticket gagnant soit supérieure à 0,95, si la probabilité de gain reste égale à 0,18 ?
- 10 Le nombre moyen de tickets gagnants est-il supérieur au seuil de 4 tickets ? Justifier.



Rappel utile : pour $X \sim \mathcal{B}(n, p)$, $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ et $E(X) = np$.