

VARIABLES ALÉATOIRES ET LOI BINOMIALE

CORRIGÉ — 4 exercices

EXERCICE 1 — Admissions dans une école

- 1 Les 7 admissions sont indépendantes et, à chaque essai, la probabilité de succès vaut 0,24.

Donc $X \sim B(7 ; 0,24)$.

- 2 $P(X = 1) = C(7,1) \times 0,24 \times 0,76^6 = 7 \times 0,24 \times 0,76^6 \approx 0,3237$.

$$P(X = 1) \approx 0,32$$

- 3 $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$
 $= 1 - 0,76^7 - 7 \times 0,24 \times 0,76^6 \approx 0,5298$.

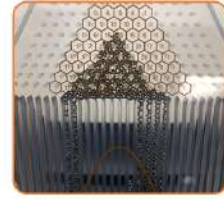
$$P(X \geq 2) \approx 0,53$$

- 4 Pour n candidats : $P(\text{aucun admis}) = 0,76^n$.

- 5 On veut $1 - 0,76^n \geq 0,99$, donc $0,76^n \leq 0,01$.

$n \geq \ln(0,01) / \ln(0,76) \approx 16,78$. Le plus petit entier est donc 17.

$$n = 17$$



EXERCICE 2 — Courriels indésirables

- 1 Z compte les spams parmi 50 courriels indépendants, avec $p = 0,08$.

Donc $Z \sim B(50 ; 0,08)$.

- 2 $P(Z = 0) = 0,92^{50} \approx 0,015466$.

$$P(Z = 0) \approx 0,015$$

- 3 $P(Z = 1) = 50 \times 0,08 \times 0,92^{49} \approx 0,067246$.

$$P(Z = 1) \approx 0,067$$

- 4 $P(Z \geq 2) = 1 - P(Z = 0) - P(Z = 1)$
 $= 1 - 0,015466... - 0,067246... \approx 0,917288$.

$$P(Z \geq 2) \approx 0,92$$



EXERCICE 3 — QCM de huit questions

- 1 Chaque réponse est correcte avec $p = 3/4$ et les 8 questions sont indépendantes.

Donc $Y \sim B(8 ; 3/4)$.

- 2 $P(Y = 8) = (3/4)^8 = 6561 / 65536 \approx 0,100113$.

$$P(Y = 8) \approx 0,100$$

- 3 $E(Y) = np = 8 \times 3/4 = 6$.

$$V(Y) = np(1-p) = 8 \times 3/4 \times 1/4 = 3/2 = 1,5$$

- 4 Sur un grand nombre de QCM, on obtient en moyenne 6 bonnes réponses sur 8.

- 5 $P(Y \geq 6) = P(Y=6) + P(Y=7) + P(Y=8)$
 $= C(8,6)(3/4)^6(1/4)^2 + C(8,7)(3/4)^7(1/4) + (3/4)^8$
 $\approx 0,678543$.

$$P(Y \geq 6) \approx 0,679$$



EXERCICE 4 — Phénomène El Niño

- 1 Sur 10 années indépendantes, la probabilité d'une année El Niño vaut $p = 0,4$.

Donc $X \sim B(10 ; 0,4)$.

- 2 $P(X = 2) = C(10,2) \times 0,4^2 \times 0,6^8$
 $= 45 \times 0,16 \times 0,01679616 \approx 0,120932$.

$$P(X = 2) \approx 0,1209$$

- 3 $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$
 $= 0,6^{10} + 10 \times 0,4 \times 0,6^9 + 45 \times 0,4^2 \times 0,6^8$
 $\approx 0,167290$.

$$P(X \leq 2) \approx 0,1673$$

- 4 $E(X) = np = 10 \times 0,4 = 4$.

Sur une période de 10 ans, on attend en moyenne 4 années dominées par El Niño.

$$E(X) = 4$$

