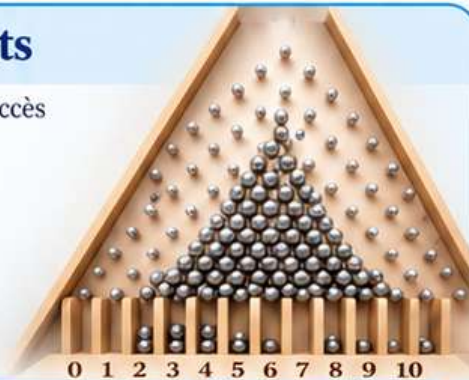




1 EXERCICE 1 – Jeu de hasard et joueurs gagnants

- Comme il s'agit de 10 épreuves indépendantes à deux issues, de probabilité de succès $p = \frac{3}{7}$, on a $X \sim \mathcal{B}(10; \frac{3}{7})$.
- $P(X = 4) = C_{10}^4 \left(\frac{3}{7}\right)^4 \left(\frac{4}{7}\right)^6 \approx 0,246651557$, donc $P(X = 4) \approx 0,247$.
- $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 0,439908110$, donc $P(X \geq 5) \approx 0,440$.
- On cherche le plus petit entier k tel que $P(X \leq k) \geq 0,90$.
Or $P(X \leq 5) \approx 0,753698$ et $P(X \leq 6) \approx 0,904721$. Donc $k = 6$.



Réponses
finales :

$$X \sim \mathcal{B}\left(10; \frac{3}{7}\right)$$

$$P(X = 4) \approx 0,247$$

$$P(X \geq 5) \approx 0,440$$

$$k = 6$$

2 EXERCICE 2 – Option coupe-file au ski

- X suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,112$: $X \sim \mathcal{B}(30; 0,112)$.
- $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,888^{30} \approx 0,971660709$, donc $P(X \geq 1) \approx 0,972$.
- $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,888^{30} + 30 \times 0,112 \times 0,888^{29} \approx 0,135569038$, donc $P(X \leq 1) \approx 0,136$.
- $E(X) = np = 30 \times 0,112 = 3,36$. En moyenne, 3,36 skieurs sur 30 choisissent l'option coupe-file.



Réponses
finales :

$$X \sim \mathcal{B}(30; 0,112)$$

$$P(X \geq 1) \approx 0,972$$

$$P(X \leq 1) \approx 0,136$$

$$E(X) = 3,36$$

3 EXERCICE 3 – Lancers-francs au basketball

- Les 16 lancers sont indépendants et la probabilité de réussite est $p = 0,492$, donc $X \sim \mathcal{B}(16; 0,492)$.
- $E(X) = np = 16 \times 0,492 = 7,872$. En moyenne, le joueur réussit 7,872 lancers-francs, soit environ 8 réussites.
- $P(X = 5) = C_{16}^5 \times 0,492^5 \times 0,508^{11} \approx 0,073216502$, donc $P(X = 5) \approx 0,073$.
- $P(X \geq 6) \approx 0,882738730$, donc $P(X \geq 6) \approx 0,883$.
- Pour $Y \sim \mathcal{B}(3; p)$, on a $P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3) = C_3^2 p^2 (1 - p) + p^3 = 3p^2(1 - p) + p^3 = 3p^2 - 2p^3$.



Réponses
finales :

$$X \sim \mathcal{B}(16; 0,492)$$

$$E(X) = 7,872$$

$$P(X = 5) \approx 0,073$$

$$P(X \geq 6) \approx 0,883$$

$$P(Y \geq 2) = 3p^2 - 2p^3$$

4 EXERCICE 4 – Contrôle qualité de tomates

- X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,09$: $X \sim \mathcal{B}(15; 0,09)$.
- $P(X = 2) = C_{15}^2 \times 0,09^2 \times 0,91^{13} \approx 0,249581516$, donc $P(X = 2) \approx 0,250$.
 $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0,853096325$, donc $P(X \leq 2) \approx 0,853$.
- Comme $F_n = \frac{X_n}{n}$, on a $E(F_n) = \frac{E(X_n)}{n} = \frac{np}{n} = p = 0,09$.
- $V(F_n) = \frac{V(X_n)}{n^2} = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{0,09 \times 0,91}{n} = \frac{0,0819}{n}$.
- $P(0,04 < F_n < 0,14) = P(|F_n - 0,09| < 0,05)$. D'après Bienaymé-Tchebychev,
 $P(|F_n - 0,09| \geq 0,05) \leq \frac{V(F_n)}{0,05^2} = \frac{0,0819/n}{0,0025} = \frac{32,76}{n}$.
Donc $P(0,04 < F_n < 0,14) \geq 1 - \frac{32,76}{n}$.

Proportion de tomates
non commercialisables



Réponses
finales :

$$X \sim \mathcal{B}(15; 0,09)$$

$$P(X = 2) \approx 0,250$$

$$P(X \leq 2) \approx 0,853$$

$$E(F_n) = 0,09$$

$$V(F_n) = \frac{0,0819}{n}$$

$$P(0,04 < F_n < 0,14) \geq 1 - \frac{32,76}{n}$$