



Rappel de l'énoncé

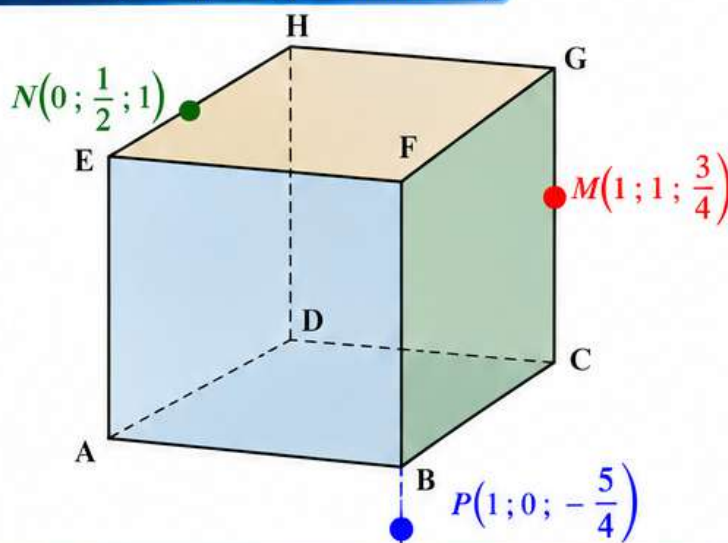
Soit un cube $ABCDEFGH$ d'arête 1.
Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$,
on considère les points M , N et P
de coordonnées respectives :

$$M\left(1; 1; \frac{3}{4}\right)$$

$$N\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$$

$$P\left(1; 0; -\frac{5}{4}\right)$$

Figure avec les points placés (placement exact)



1 Placement des points

- $M\left(1; 1; \frac{3}{4}\right)$: M appartient à l'arête $[CG]$, à une hauteur $\frac{3}{4}$ au-dessus de C (sur la face droite).
- $N\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$: N est le milieu de l'arête $[EH]$ (sur la face supérieure).
- $P\left(1; 0; -\frac{5}{4}\right)$: P est sur la droite verticale (BF) passant par B , situé $\frac{5}{4}$ en dessous de B (à l'extérieur du cube).

Remarque

Les positions de M , N et P sont cohérentes avec leurs coordonnées dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

2 Vecteurs et alignement

a) Coordonnées des vecteurs

$$\bullet \overrightarrow{MN} = N - M = \left(0 - 1; \frac{1}{2} - 1; 1 - \frac{3}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{MN} = \left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$$

$$\bullet \overrightarrow{MP} = P - M = \left(1 - 1; 0 - 1; -\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{MP} = (0; -1; -2)$$

b) Les points M , N et P ne sont pas alignés

Si M , N et P étaient alignés, les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ seraient colinéaires.

$$\text{Or } \overrightarrow{MN} = \left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \text{ et } \overrightarrow{MP} = (0; -1; -2).$$

La première composante de $\overrightarrow{MP}$ est nulle alors que celle de $\overrightarrow{MN}$ est non nulle.

Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires.

Conclusion : les points M , N et P ne sont pas alignés.

3 Représentations paramétriques et intersection

a) Droite (MN)

Un vecteur directeur de (MN) est $\overrightarrow{MN} = \left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

Une représentation paramétrique de (MN) est :

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - \frac{t}{2} \\ z = \frac{3}{4} + \frac{t}{4} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Droite (MP)

Un vecteur directeur de (MP) est $\overrightarrow{MP} = (0; -1; -2)$.

Une représentation paramétrique de (MP) est :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - s \\ z = \frac{3}{4} - 2s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

c) Coordonnées du point d'intersection I (par le calcul)

Sur (MP) , on a $x = 1$ pour tout s .

Donc, à l'intersection, $t = 0$.

En reportant dans (MN) :

$$\begin{cases} y = 1 - \frac{0}{2} = 1 \\ z = \frac{3}{4} + \frac{0}{4} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Sur (MP) , avec $s = 0$, on retrouve $z = \frac{3}{4}$.

Le point d'intersection est donc

$$I\left(1; 1; \frac{3}{4}\right) = M.$$

