

Exercice 1

1 Un point et un vecteur directeur de la droite d .

La droite d est donnée par
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Pour $t = 0$, on obtient le point $A(2; -1; 4)$.

Un vecteur directeur de d est donné par les coefficients de t : $\vec{u}(3; 2; -1)$.

2 Appartenance du point $A(5; 1; 3)$ à la droite d .

On cherche t tel que
$$\begin{cases} 2 + 3t = 5 \\ -1 + 2t = 1 \\ 4 - t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t = 3 \\ 2t = 2 \\ -t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1.$$

Le point $A(5; 1; 3)$ appartient donc à la droite d .

3 Valeur(s) de t pour que $M(2t + 1; t - 3; 5 - 2t)$ appartienne à d .

On cherche t tel que
$$\begin{cases} 2t + 1 = 2 + 3t \\ t - 3 = -1 + 2t \\ 5 - 2t = 4 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = t \\ -2 = t \\ 1 = t \end{cases}$$

Le système est incompatible, donc il n'existe aucune valeur réelle de t .



Exercice 2

1 Vecteurs directeurs et non colinéarité.

La droite d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}_1(2; 1; -1)$

et la droite d_2 a pour vecteur directeur $\vec{u}_2(1; 3; 2)$.

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires car ils ne sont pas proportionnels (par exemple $2 \neq 3 \times 1$).

2 Intersection des deux droites.

On cherche t et s tels que
$$\begin{cases} 1 + 2t = -2 + s \\ -1 + t = 1 + 3s \\ 3 - t = 2 + 2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 3 + 2t \\ t = 2 + 3s \\ t = 1 - 2s \end{cases}$$

En remplaçant $t = 1 - 2s$ dans $s = 3 + 2t$, on obtient $s = 3 + 2(1 - 2s) = 5 - 4s$
 $\Leftrightarrow 5s = 5 \Leftrightarrow s = 1$, puis $t = 1 - 2 \times 1 = -1$.

3 Conclusion.

Le point d'intersection est obtenu pour $t = -1$ et $s = 1$.

Ses coordonnées sont par exemple celles données par d_1 :

$(x, y, z) = (1 + 2(-1), -1 - 1, 3 - (-1)) = (-1; -2; 4)$.

Les droites d_1 et d_2 sont sécantes et se coupent en $(-1; -2; 4)$.



Exercice 3

1 Vecteurs directeurs et non colinéarité.

La droite d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}_1(2; -1; 3)$

et la droite d_2 a pour vecteur directeur $\vec{u}_2(1; 1; 1)$.

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires car ils ne sont pas proportionnels (par exemple $2 \neq -1 \times 1$).

2 Absence de solution.

On cherche t et s tels que
$$\begin{cases} 1 + 2t = s \\ 1 - t = 3 + s \\ 2 + 3t = -1 + s \end{cases}$$

De la première équation, $s = 1 + 2t$.

En remplaçant dans la deuxième : $1 - t = 3 + (1 + 2t) \Leftrightarrow -3t = 3 \Leftrightarrow t = -1$, donc $s = -1$.

En remplaçant dans la troisième : $2 + 3(-1) = -1 + (-1) \Leftrightarrow -1 = -2$, ce qui est faux.

Le système est donc incompatible : il n'existe aucun couple $(t; s)$ solution.

3 Conclusion. Les droites d_1 et d_2 ne sont pas sécantes.

Elles sont non coplanaires (droites gauches).

