



GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Formulaire

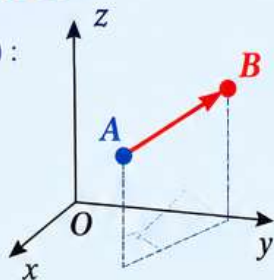


Voir
Représenter
Raisonnement

1 Coordonnées d'un vecteur

Pour $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$



2 Colinéarité de deux vecteurs

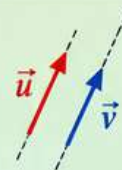
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
s'il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Leurs coordonnées sont proportionnelles :

si $\vec{u}(a; b; c)$ et $\vec{v}(a'; b'; c')$, alors

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$:

$$a = ka' \quad b = kb' \quad c = kc'$$

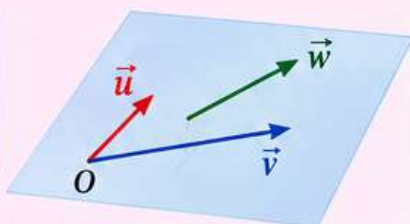


Deux vecteurs
colinéaires

3 Coplanarité de trois vecteurs

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires
s'il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tels que
 $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.

On vérifie cette relation en résolvant
un système d'équations sur les coordonnées.



Trois vecteurs coplanaires

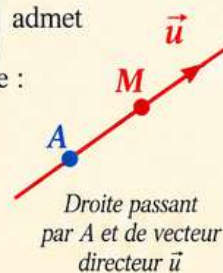
4 Représentation paramétrique d'une droite

Une droite passant par $A(x_A; y_A; z_A)$

et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ admet

une représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$



Droite passant
par A et de vecteur
directeur $\vec{u}$

5 Positions relatives de deux droites

Dans l'espace, deux droites peuvent être :

Parallèles



Leurs vecteurs
directeurs sont
colinéaires.

Sécantes



Elles ont un point
d'intersection unique.

Gauches



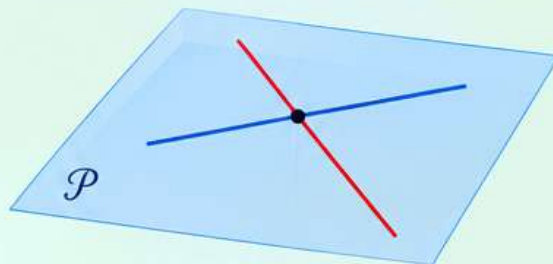
Elles ne sont ni parallèles
ni sécantes (non coplanaires).

Méthode pour déterminer la position relative

- 1 Comparer les vecteurs directeurs (colinéaires ou non).
- 2 S'ils ne sont pas colinéaires, résoudre le système obtenu en égalant les coordonnées.
- 3 Une solution : droites sécantes. Aucune solution : droites gauches.

6 Deux droites et un plan

- Deux droites sécantes déterminent un plan.
- Deux droites parallèles déterminent un plan.
- Deux droites gauches ne sont pas coplanaires.



Deux droites sécantes dans un même plan

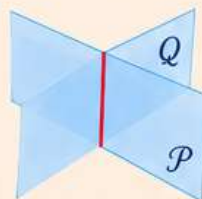
7 Plans dans l'espace

Deux plans distincts sont :

- **parallèles** (ils n'ont aucun point commun) ;
- **sécants** suivant une droite.



Plans parallèles



Plans sécants
suivant une droite



À retenir !

- ✓ Un vecteur se lit avec ses coordonnées.
- ✓ Deux vecteurs sont colinéaires $\Leftrightarrow$ leurs coordonnées sont proportionnelles.
- ✓ Trois vecteurs sont coplanaires si l'un est combinaison linéaire des deux autres.
- ✓ Une droite est définie par un point et un vecteur directeur.
- ✓ Deux droites de l'espace : parallèles, sécantes ou gauches.
- ✓ Si deux droites sont gauches, alors elles ne sont pas contenues dans un même plan.

Les maths ouvrent des horizons !

Comprendre aujourd'hui
pour construire demain