

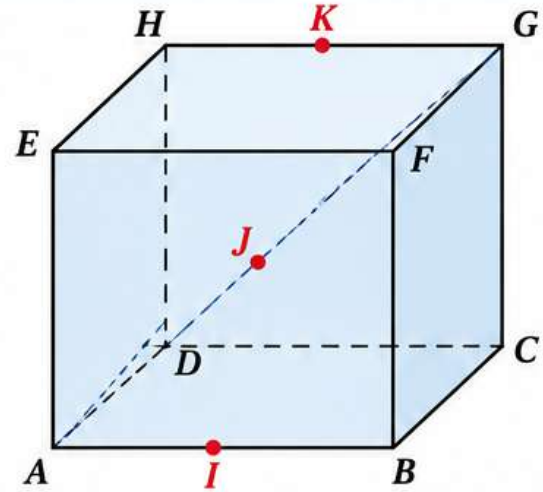
1 Rappel du repère

On considère le cube $ABCDEFGH$.

On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.

On note :

- I le milieu du segment $[AB]$,
- J le milieu du segment $[AG]$,
- K le milieu du segment $[GH]$.



2 Coordonnées des points

Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$, les trois vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont les vecteurs de base. On en déduit directement les coordonnées des sommets du cube, puis celles des points I , J et K .

Coordonnées des sommets

$A(0; 0; 0)$	$E(0; 0; 1)$
$B(1; 0; 0)$	$F(1; 0; 1)$
$C(1; 1; 0)$	$G(1; 1; 1)$
$D(0; 1; 0)$	$H(0; 1; 1)$

Coordonnées des points supplémentaires

- I est le milieu de $[AB]$:

$$I\left(\frac{0+1}{2}; \frac{0+0}{2}; \frac{0+0}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$$
- J est le milieu de $[AG]$:

$$J\left(\frac{0+1}{2}; \frac{0+1}{2}; \frac{0+1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$
- K est le milieu de $[GH]$:

$$K\left(\frac{0+1}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{1+1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$$

3 Alignement des points I , J et K

Pour montrer que les points I , J et K sont alignés, on peut montrer que $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.

- **Calcul des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$:**

$$\overrightarrow{IJ} = J - I = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}; \frac{1}{2} - 0; \frac{1}{2} - 0\right) = \left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{IK} = K - I = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}; 1 - 0; 1 - 0\right) = (0; 1; 1)$$

- **Comparaison :**

On remarque que $\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{IJ}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont donc colinéaires, ce qui prouve que les points I , J et K sont alignés.

Autre justification (plus géométrique)

Dans le triangle AGH , le point J est le milieu de $[AG]$ et le point K est le milieu de $[GH]$.

On sait que, dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté. Ainsi, (JK) est parallèle à (AH) .

Or J appartient à (AG) et, par les coordonnées, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.

On en déduit que les points I , J et K sont alignés.

(On peut également remarquer que J est le milieu du segment $[IK]$, donc I , J et K sont alignés.)

Conclusion

Les coordonnées de tous les points sont déterminées et les points I , J et K sont alignés.