



Corrigé – À vous de jouer !

1 Calcul des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$

$A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(5; 6; -5)$, $D(1; 8; -7)$.

• Vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 1 - 2; 0 - (-1)) = (1; -1; 1).$$

• Vecteur $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AC} = (5 - 1; 6 - 2; -5 - (-1)) = (4; 4; -4).$$

• Vecteur $\overrightarrow{AD}$:

$$\overrightarrow{AD} = (1 - 1; 8 - 2; -7 - (-1)) = (0; 6; -6).$$

2 Recherche de deux réels x et y

On cherche x et y tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

3 Expression de $x\overrightarrow{AB}$, $y\overrightarrow{AC}$ et de $x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

• Coordonnées de $x\overrightarrow{AB}$:

$$x\overrightarrow{AB} = x(1; -1; 1) = (x; -x; x).$$

• Coordonnées de $y\overrightarrow{AC}$:

$$y\overrightarrow{AC} = y(4; 4; -4) = (4y; 4y; -4y).$$

• Coordonnées de $x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$:

$$x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = (x + 4y; -x + 4y; x - 4y).$$



Remarque : Comme $\overrightarrow{AD}$ est une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires, donc les points A , B , C et D le sont.

Montrer que les points A , B , C et D sont coplanaires.

4 Résolution du système

On a $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, donc :

$$(0; 6; -6) = (x + 4y; -x + 4y; x - 4y).$$

On en déduit le système de 3 équations à 2 inconnues suivant :

$$\begin{cases} x + 4y = 0 \\ -x + 4y = 6 \\ x - 4y = -6 \end{cases}$$

De la première équation, on obtient : $x = -4y$.

On remplace dans la deuxième équation :

$$-(-4y) + 4y = 6 \iff 8y = 6 \iff y = \frac{3}{4}.$$

Donc $x = -4 \times \frac{3}{4} = -3$.

Vérification avec la troisième équation :

$$x - 4y = -3 - 4 \times \frac{3}{4} = -3 - 3 = -6,$$

ce qui est bien vrai.

On a donc trouvé : $x = -3$ et $y = \frac{3}{4}$.

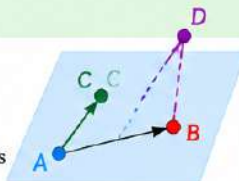
5 Conclusion

Il existe deux réels $x = -3$ et $y = \frac{3}{4}$ tels que

$$\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$$

Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, donc le point D appartient au plan (ABC) .

Les points A , B , C et D sont coplanaires.



Bien joué !