

✓ Correction – À vous de jouer !

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(-2; 3; 1)$ et $B(4; -1; 7)$.

1 Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \\ \overrightarrow{AB} &= (4 - (-2); -1 - 3; 7 - 1)\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AB} = (6; -4; 6)$$

2 Représentation paramétrique de la droite (AB) avec le point A

On utilise le point $A(-2; 3; 1)$ et le vecteur directeur $\overrightarrow{AB} = (6; -4; 6)$.

Un point $M(x; y; z)$ appartient à la droite (AB) si et seulement s'il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB}.$$

Ainsi, on obtient une représentation paramétrique de la droite (AB) :

$$\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 6t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

3 Seconde représentation paramétrique avec le point B

On utilise maintenant le point $B(4; -1; 7)$ et le vecteur directeur $\overrightarrow{BA}$.

$$\overrightarrow{BA} = (x_A - x_B; y_A - y_B; z_A - z_B) = (-2 - 4; 3 - (-1); 1 - 7) \quad \overrightarrow{BA} = (-6; 4; -6)$$

Un point $M(x; y; z)$ appartient à la droite (AB) si et seulement s'il existe $s \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{BM} = s \overrightarrow{BA}.$$

On obtient donc une seconde représentation paramétrique de la droite (AB) :

$$\begin{cases} x = 4 - 6s \\ y = -1 + 4s \\ z = 7 - 6s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}.$$

💡 Conclusion

La droite (AB) admet plusieurs représentations paramétriques :

- en changeant le point de départ (ici A ou B) ;
- en multipliant le vecteur directeur par un réel non nul (par exemple $2\overrightarrow{AB}$, $-\overrightarrow{AB}$, ...).

Ces différentes écritures décrivent la même droite.

⚠ Remarque

- Une représentation paramétrique n'est pas unique.
- On peut utiliser n'importe quel point de la droite comme point de départ.
- On peut utiliser n'importe quel vecteur directeur non nul (par exemple $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $2\overrightarrow{AB}$, ...).