

✓ Correction – À toi de jouer !

Quelle méthode choisir ?

On reconnaît la situation, on applique la bonne méthode !

Terminale

Spécialité maths

1 Alignement de points

Situation 1

On considère les points : $A(1; 2; -1)$ $B(3; 1; 2)$ $C(7; -1; 8)$.

1 Méthode utilisée

On étudie la colinéarité de deux vecteurs, par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2 Calculs

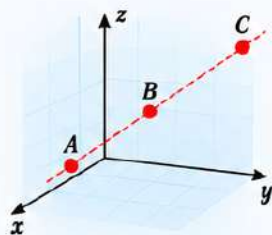
$$\overrightarrow{AB}(3-1; 1-2; 2-(-1)) = (2; -1; 3)$$

$$\overrightarrow{AC}(7-1; -1-2; 8-(-1)) = (6; -3; 9)$$

On constate que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ car
 $(6; -3; 9) = 3(2; -1; 3)$.

3 Conclusion

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points A , B et C sont alignés.



Réflexe :
trois points sont alignés si deux vecteurs formés à partir de ces points sont colinéaires.

2 Coplanarité de points

Situation 2

On considère les points :

$A(0; 1; 2)$ $B(1; 3; 1)$ $C(2; 0; 3)$ $D(5; 1; 3)$.

1 Méthode utilisée

On cherche si $\overrightarrow{AD}$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2 Calculs

$$\overrightarrow{AB}(1; 2; -1) \quad \overrightarrow{AC}(2; -1; 1) \quad \overrightarrow{AD}(5; 0; 1)$$

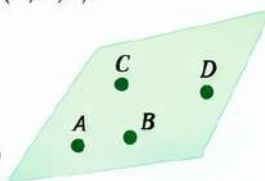
On cherche λ et μ tels que $\overrightarrow{AD} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{cases} \lambda + 2\mu = 5 \\ 2\lambda - \mu = 0 \\ -\lambda + \mu = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \mu = 2 \end{cases}$$

3 Conclusion

On a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

Les points A , B , C et D sont coplanaires.



Réflexe :
quatre points sont coplanaires si l'un des vecteurs peut s'écrire comme combinaison linéaire de deux autres.

3 Représentation paramétrique d'une droite

Situation 3

On considère les points : $E(2; -1; 4)$ $F(-1; 3; 2)$.

1 Méthode utilisée

Une droite est définie par un point et un vecteur directeur. On peut prendre le point E et le vecteur $\overrightarrow{EF}$.

2 Calculs

$$\overrightarrow{EF}(-1-2; 3-(-1); 2-4) = (-3; 4; -2).$$

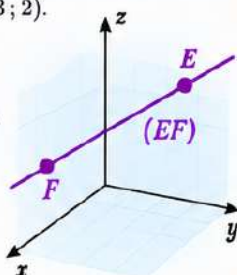
Une représentation paramétrique de la droite (EF) est :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

3 Conclusion

La droite (EF) a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$



Réflexe :
une droite est définie par un point et un vecteur directeur non nul.

4 Position relative de deux droites

Situation 4

On considère les deux droites (d) et (d') définies par :

$$(d) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad (d') : \begin{cases} x = 5 - s \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

1 Méthode utilisée

On compare les vecteurs directeurs, puis on cherche un éventuel point d'intersection en résolvant le système.

2 Calculs

Vecteurs directeurs : $\vec{u}(2; -1; 1)$ et $\vec{v}(-1; 0; 0)$.

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires.

On cherche un point commun :

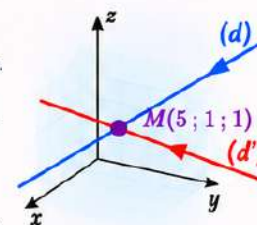
$$\begin{cases} 1 + 2t = 5 - s & (1) \\ 3 - t = 1 & (2) \\ -1 + t = 1 & (3) \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \Rightarrow t = 2 \\ (3) \Rightarrow t = 2 \text{ (cohérent)} \end{matrix}$$

Dans (1) : $1 + 2 \times 2 = 5 - s \Rightarrow 5 = 5 - s \Rightarrow s = 0$.

3 Conclusion

Le système admet une solution unique : $t = 2$ et $s = 0$.

Les droites (d) et (d') sont sécantes en $M(5; 1; 1)$.



Réflexe :
deux droites non parallèles ne sont pas forcément sécantes : on résout le système pour vérifier s'il existe un point commun.



Bilan

- ✓ Alignement : colinéarité de deux vecteurs.
- ✓ Coplanarité : relation de dépendance linéaire.
- ✓ Droite : un point + un vecteur directeur.

- ✓ Deux droites : comparer les vecteurs directeurs, puis chercher un point d'intersection.
- ✓ Toujours conclure clairement.

La bonne méthode au bon moment ! 😊