



Exercice de synthèse

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ surmonté d'une pyramide $EFGHS$.

On a : $DC = 6$; $DA = DH = 4$.

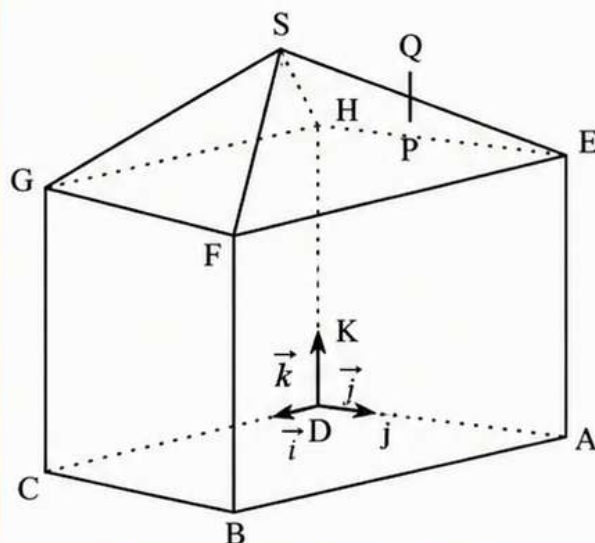
Soit les points I , J et K tels que :

$$\overrightarrow{DI} = \frac{1}{6} \overrightarrow{DC} ; \quad \overrightarrow{DJ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DA} ; \quad \overrightarrow{DK} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DH}.$$

On note : $\vec{i} = \overrightarrow{DI}$; $\vec{j} = \overrightarrow{DJ}$; $\vec{k} = \overrightarrow{DK}$.

On se place dans le repère orthonormé $(D ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On admet que le point S a pour coordonnées $(3 ; 2 ; 6)$.



1 Donner, sans justifier, les coordonnées des points B , E , F et G .

2 On admet que la distance entre deux points M et N dans un repère orthonormé de l'espace est donnée par : $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2}$.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

Démontrer que le volume de la pyramide $EFGHS$ représente le septième du volume total de la maison.

3 On installe une antenne sur le toit, représentée par le segment $[PQ]$. On dispose des données suivantes :

- le point P a pour coordonnées $(2 ; 3 ; 5)$
- le point Q a pour coordonnées $(2 ; 3 ; 5,5)$.

- a) Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est : $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5,5 + t \end{cases}$ où t est un réel.
- b) Calculer la longueur PQ de l'antenne.

4 Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4 + 6s \\ y = 7 - 4s \\ z = 2 + 4s \end{cases} \quad \text{où } s \text{ est un réel.}$$

Déterminer la position relative des droites (PQ) et Δ .

L'oiseau va-t-il percuter l'antenne représentée par le segment $[PQ]$?