



## Exercice de synthèse 5

Combinatoire et dénombrement

# Livres sur une étagère

Permutations et contraintes

8 questions pour s'entraîner et progresser



## Objectifs

- ✓ Permutations et arrangements
- ✓ Organisation en blocs
- ✓ Contraintes de voisinage
- ✓ Méthode des intervalles
- ✓ Généralisation

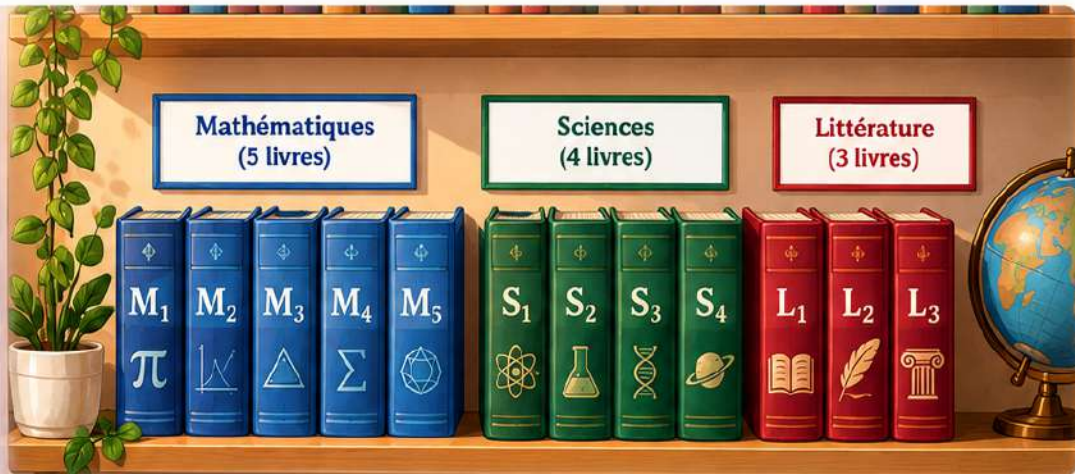


## Énoncé

On dispose de 12 livres distincts que l'on range sur une même étagère.

- 5 livres de mathématiques (notés  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ ),
- 4 livres de sciences (notés  $S_1, S_2, S_3, S_4$ ),
- 3 livres de littérature (notés  $L_1, L_2, L_3$ ).

On considère que deux rangements diffèrent si l'ordre des livres est différent.



### 1 Tous les rangements

Déterminer le nombre total de rangements possibles des 12 livres sur l'étagère.



### 2 Les livres de maths en bloc

Les 5 livres de mathématiques doivent être rangés consécutivement (mais peuvent être dans n'importe quel ordre à l'intérieur du bloc).  
Combien de rangements sont possibles ?



### 3 Deux livres non voisins

Deux livres de mathématiques donnés, par exemple  $M_1$  et  $M_2$ , ne doivent pas être côte à côte.  
Combien de rangements sont possibles ?



### 4 Trois catégories en blocs

Les 5 livres de mathématiques doivent être rangés consécutivement, les 4 livres de sciences consécutivement et les 3 livres de littérature consécutivement.  
Combien de rangements sont possibles ?



### 5 Extrémités imposées

Le livre  $M_1$  doit être tout à gauche et le livre  $L_3$  doit être tout à droite de l'étagère.  
Combien de rangements sont possibles ?



### 6 Ordre relatif

On doit respecter l'ordre  $M_1, M_2, M_3$  de gauche à droite (ils ne sont pas nécessairement consécutifs).  
Combien de rangements sont possibles ?



### 7 Choix de 8 livres

On choisit 8 livres parmi les 12, avec exactement 3 livres de mathématiques.  
Combien de rangements sont possibles ?



### 8 Généralisation

On considère  $n$  livres distincts, dont  $p$  livres d'une même catégorie qui doivent être rangés consécutivement.  
Donner une formule générale pour le nombre de rangements possibles en fonction de  $n$  et  $p$ .

