



Exercice de synthèse 7

Combinatoire et dénombrement

Corrigé détaillé Mains au poker

Dénombrements dans un jeu de 52 cartes

Rappels utiles

- Un jeu de 52 cartes : 4 couleurs de 13 cartes.
- Valeurs dans l'ordre : As, Roi, Dame, Valet, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2.
- Une main au poker est formée de 5 cartes.
- L'ordre des cartes dans la main n'intervient pas.
- Formule des combinaisons : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

1 Quinte flush

Main formée de 5 cartes consécutives de la même couleur.

La suite As, 2, 3, 4, 5 est une quinte flush.

- Pour chaque couleur, il y a 10 suites consécutives possibles : As-2-3-4-5, 2-3-4-5-6, ..., 10-J-Q-K-As.
- 4 couleurs.

Nombre de mains : $4 \times 10 = 40$.



2 Carré

Main contenant 4 cartes de la même valeur (4 as par exemple).

- Choix de la valeur des 4 cartes : 13 possibilités.
- Les 4 cartes correspondantes sont alors imposées.
- Choix de la cinquième carte parmi les 48 restantes : 48 possibilités.

Nombre de mains : $13 \times 48 = 624$.



3 Full

Main formée de 3 cartes de la même valeur et de deux autres cartes de même valeur.

- Choix de la valeur du brelan : 13 possibilités.
- Choix des 3 cartes du brelan : $\binom{4}{3} = 4$.
- Choix de la valeur de la paire (différente) : 12 possibilités.
- Choix des 2 cartes de la paire : $\binom{4}{2} = 6$.

Nombre de mains : $13 \times 4 \times 12 \times 6 = 3744$.



4 Quinte

Main formée de 5 cartes consécutives et qui ne sont pas toutes de la même couleur.

- Il y a 10 suites consécutives possibles.
- Pour une suite donnée : nombre total de choix de couleurs : 4^5 (4 choix pour chacune des 5 cartes).
- On enlève les 4 cas où les 5 cartes sont de la même couleur (quintes flush).
Donc, pour une suite : $4^5 - 4 = 1020$ mains.

Nombre de mains : $10 \times (4^5 - 4) = 10200$.



5 Brelan

Main comprenant 3 cartes de même valeur et qui n'est ni un carré, ni un full.

- Choix de la valeur du brelan : 13 possibilités.
- Choix des 3 cartes du brelan : $\binom{4}{3} = 4$.
- Les 2 autres cartes doivent être de valeurs différentes de celle du brelan et différentes entre elles. Il reste 12 valeurs possibles : $\binom{12}{2} = 66$.
- Pour chaque valeur, on choisit 1 carte parmi les 4 : $4 \times 4 = 16$ possibilités.

Nombre de mains : $13 \times 4 \times 66 \times 16 = 54912$.



6 Double paire

Main contenant exactement deux paires (ni brelan, ni carré, ni full).

- Choix des deux valeurs pour les paires : $\binom{13}{2} = 78$.
- Pour chaque paire : $\binom{4}{2} = 6$ façons.
- Choix de la cinquième carte parmi les 11 valeurs restantes : 11 possibilités.
- Choix de cette carte : 4 possibilités.

Nombre de mains : $78 \times 6 \times 6 \times 11 \times 4 = 123552$.



Bilan des résultats

Quinte flush	Carré	Full	Quinte	Brelan	Double paire
40	624	3 744	10 200	54 912	123 552

