

Exercice de synthèse 14

Suite fractionnaire et suite auxiliaire

Terminale spécialité maths

1 Premières étapes

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$.

- 1 a Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n > 0$.
- 1 b Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .
- 1 c En déduire que la suite (u_n) est convergente.

2 Une suite auxiliaire

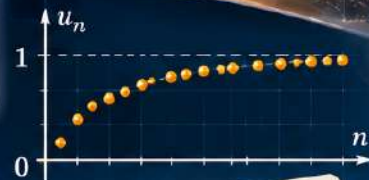
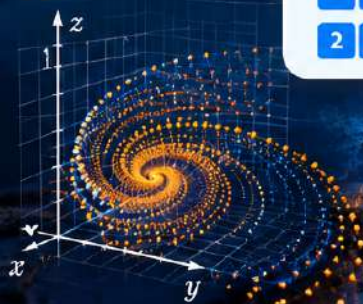
Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$.

- 2 a Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
- 2 b Exprimer v_n en fonction de n .
- 2 c En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 2 d Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

Des suites pour explorer des structures fascinantes !

$$u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$$

Itérations, suites, fractales ...



Des suites, des modèles simples pour des phénomènes complexes !